

Espaçabilidade em Espaços de Sequências

V.V. Fávaro*

*FAMAT-UFU, 38.400-902 – Uberlândia – Brazil, e-mail:
vfvavaro@gmail.com

Resumo

Neste trabalho pretendemos dar um panorama geral dos resultados de lineabilidade e espaçabilidade para espaços de sequências, obtidos a partir de 2008, e culminando com recentes avanços obtidos até 2014. Pretendemos também explorar alguns problemas que permanecem em aberto a respeito de espaçabilidade maximal.

Para ilustrar alguns dos resultados que serão desenvolvidos neste trabalho, seja E um espaço vetorial topológico. Dizemos que $A \subset E$ é

- λ -lineável se $A \cup \{0\}$ contém um espaço vetorial de dimensão λ (aqui λ pode ser um número natural ou um cardinal transfinito)
- espaçável se $A \cup \{0\}$ contém um espaço vetorial de dimensão infinita e fechado em E .
- maximal espaçável se $A \cup \{0\}$ contém um espaço vetorial fechado com a mesma dimensão de E .

Em [2] foi provado que para uma ampla classe de espaços de Banach e quase-Banach E de sequências de elementos de um espaço de Banach X , chamados *espaços de sequências invariantes*, e para todo $\Gamma \subseteq (0, +\infty]$, o conjunto $E - \bigcup_{p \in \Gamma} \ell_p(X)$ é vazio ou espaçável, onde $\ell_p(X)$ denota o espaço de todas as sequências de elementos de X que são absolutamente p -somáveis. Como um dos casos particulares deste resultado, obtém-se que $\ell_p(X) - \bigcup_{0 < q < p} \ell_q(X)$ é espaçável. Mais ainda, utilizando um resultado de [1], obtém-se que $\ell_p(X) - \bigcup_{0 < q < p} \ell_q(X)$ é maximal espaçável.

Recentemente, provamos que é possível considerar uma situação muito mais geral: dados espaços de Banach X e Y , uma função $f: X \rightarrow Y$, um conjunto $\Gamma \subseteq (0, +\infty]$ e um espaço de sequências invariantes E de elementos de X , investigamos por exemplo a espaçabilidade do conjunto das sequências $(x_j)_{j=1}^{\infty} \in E$ e tais que $(f(x_j))_{j=1}^{\infty} \notin \bigcup_{q \in \Gamma} \ell_q(Y)$. Note que o caso anterior se torna um caso particular considerando f como a identidade em X . Provamos também resultados

de espaçabilidade maximal em contextos que ainda não haviam sido abordados, por exemplo, nos espaços de Nakano.

Referências

- [1] C. Barroso, G. Botelho, V. V. Fávaro and D. Pellegrino, *Lineability and spaceability for the weak form of Peano's theorem and vector-valued sequence spaces*, Proc. Amer. Math. Soc. **141** (2013), 1913–1923.
- [2] G. Botelho, D. Diniz, V. V. Fávaro and D. Pellegrino, *Spaceability in Banach and quasi-Banach sequence spaces*, Linear Algebra Appl. **434** (2011), 1255–1260.