

Resumos

Abstracts

Sessão: Matemática Discreta e
Combinatória

*Session: Discrete Mathematics and
Combinatorics*

Organizadores

Organizers

Daniel Morgato Martin - UFABC
daniel.martin@ufabc.edu.br

Robson da Silva - UNIFESP
silva.robson@unifesp.br

Construção de reticulados em dimensão potência de 3

Agnaldo J. Ferrari*

*Depto. de Matemática, FC, UNESP, 17033-360, Bauru, SP
E-mail: ferrari@fc.unesp.br

Resumo

Dado um conjunto v_1, v_2, \dots, v_m de vetores linearmente independentes no \mathbb{R}^n , ao conjunto discreto das combinações lineares inteiras destes vetores dá-se o nome de reticulado. A Teoria dos Reticulados possui inúmeras aplicações, uma delas está associada à Teoria da Informação, podemos associar reticulados à constelações de sinais utilizadas na transmissão de dados em um determinado canal. Neste trabalho, damos ênfase à construção de uma família de reticulados em dimensão potência de 3 obtidos via Teoria Algébrica dos Números, representando constelações de sinais que são eficientes para o canal com desvanecimento do tipo Rayleigh. A eficiência dessas constelações deve-se ao fato de que as construções são feitas sobre corpos totalmente reais e neste caso obtemos uma menor probabilidade de erro na transmissão.

(Este trabalho é em conjunto com o Prof. Dr. Antonio Aparecido de Andrade / IBILCE-UNESP São José do Rio Preto-SP)

Referências

- [1] I. Stewart, D. Tall, *Algebraic Number Theory*. Chapman & Hall, New York, 1987.
- [2] J. H. Conway, N. J. A. Sloane, *Sphere Packings, Lattices and Groups*. 3rd edition Springer-Verlag, New York, 1999.
- [3] E. Viterbo, F. Oggier, *Algebraic Number Theory and Code Design for Rayleigh Fading Channels*, Foundations and Trends in Communications and Information Theory, v. 1, n.3, 2004.
- [4] A. J. Ferrari, *Reticulados algébricos: Abordagem matricial e simulações*. Tese de Doutorado, Imecc-Unicamp, 2012.

- [5] G. C. Jorge, A. J. Ferrari, S. I. R. Costa, *Rotated D_n -lattices*. Journal of Number Theory, v.132, pp. 2397-2406, 2012.
- [6] G. C. Jorge, S. I. R. Costa, *On rotated D_n -lattices constructed via totally real number fields*. Archiv der Mathematik, v. 100, pp. 323-332, 2013.
- [7] A. A. Andrade, A. J. Ferrari, C. Alves, T. B, Carlos, *Lattices via cyclotomic fields in dimensions 2 and 4*. International Journal of Applied Mathematics, v.20, pp. 1095-1105, 2007.
- [8] A. A. Andrade, A. J. Ferrari, C. W. O. Benedito, S. I. R. Costa, *Constructions of algebraic lattices*. Computational & Applied Mathematics, v.29, n.3, pp. 1-13, 2010.

Códigos Cíclicos de Comprimento p^n , sobre anéis de Cadeia

Anderson Tiago da Silva*, Francisco Cesar Polcino Milies**

*Departamento de Matemática/UFV,
**Instituto de Matemática e Estatística/USP

Resumo

Usando técnicas de álgebra de grupo, iremos realizar o estudo de códigos cíclicos sobre anéis de cadeia finito e obter uma descrição completa desses códigos. Para o caso específico de códigos cíclicos de comprimento p^n , com p primo, sobre anéis de cadeia finito, e com algumas hipóteses restritivas, fomos capazes de calcular o peso de todos os possíveis códigos.

Códigos para Armazenamento Distribuído: Aspectos Combinatórios

Antonio Campello*

*IMECC, Unicamp

Resumo

Sistemas de armazenamento distribuído codificados têm crescido em popularidade, devido à alta demanda e ao baixo custo dos dispositivos utilizados. Nova propostas de codificação para tais sistemas utilizam fortemente estruturas combinatórias como *t*-*designs*, sistemas de Steiner e códigos MDS. Uma questão central neste tipo de codificação é a probabilidade de perda de dados em uma dada janela de tempo ou, reciprocamente, a confiabilidade. Nesta palestra, apresentamos uma abordagem combinatória que nos permite derivar formas fechadas para a confiabilidade. Mostramos que a análise de confiabilidade está intrinsecamente relacionada à representação de certos politopos determinados pelo código e a estruturas combinatórias como generalizações do triângulo de Pascal, números de Stirling de segundo tipo e caminhos reticulados com certas restrições.

Trabalho em conjunto com Prof. Vinay Vaishampayan (Rutgers University, DIMACS)

Integralidade Laplaciana em grafos P_4 -esparsos

Átila Arueira Jones*, Renata R. Del-Vecchio

*Universidade Federal Fluminense

Resumo

Seja $G(V, E)$ um grafo com n vértices, $D(G) = \text{diag}(d_1, \dots, d_n)$ a matriz diagonal formada pelos graus dos vértices e $A(G)$ a matriz de adjacência de G . Definimos $L(G) = D(G) - A(G)$ como a matriz Laplaciana de G . Um grafo G é dito Laplaciano integral, ou simplesmente L-integral, se todos os autovalores de G são números inteiros. A busca por grafos L-integrais tem sido feita em algumas classes especiais, como podemos ver em [1], [2] e [3], por exemplo.

É conhecido na literatura que todo cografo é L-integral [4], a saber os cografos são grafos livres de P_4 .

Hoàng, em [5], estendeu a definição dos cografos para uma família que é "quase" livre de P_4 , os P_4 -esparsos, que contém a classe dos cografos. Esta nova classe despertou grande interesse em problemas de grafos, gerando estudos em vários aspectos, como pode ser visto em [6] e [7].

Uma questão que é naturalmente imposta é se os P_4 -esparsos também são L-integrais. No presente trabalho respondemos de forma negativa a essa questão, provando que não existe nenhum P_4 -esparso, a menos dos cografos, que seja L-integral.

Referências

- [1] Freitas, M., Kirkland, S., Del-Vecchio, R. and Abreu, N., *Split non-threshold Laplacian integral graphs*. Linear and Multilinear Algebra, v. 58, (2010), p. 221-233.
- [2] Grone, R., Merris, R. and Sunder, V.S., *The Laplacian spectrum of a graph II*, SIAM J. Discrete Math. (1994) v.7, pp. 221-229.
- [3] Merris, R., *Degree maximal graphs are Laplacian integral*, Linear Algebra and its Applications, v.199, pp. 381-389, 1994.

- [4] Merris, R., *Laplacian graph eigenvectors*, Linear Algebra and its Applications, v. 278, pp. 221-236, 1998.
- [5] Hoàng, C.T., *Perfect graphs*, Ph.D. Thesis, School of Computer Science, McGill University, 1985.
- [6] Bravo, R., Klein, S., Nogueira, L. and Protti, F., *Characterization and recognition of P_4 -sparse graphs partitionable into k independent sets and l cliques*. Discrete Applied Mathematics, v. 159, p. 165-173, 2011.
- [7] Jamison B. and Olariu S., *A tree representation for P_4 -sparse graphs*. Discrete Applied Mathematics 35, p. 115-129, 1992.

Construction of lattices from quaternion algebras

Carina Alves^{*}, Jean-Claude Belfiore^{**}

^{*}Sao Paulo State University - Dept. of Mathematics -
UNESP-Rio Claro, Brazil. carina@rc.unesp.br

^{**} TELECOM-ParisTech - Comelec - Paris, France.
belfiore@telecom-paristech.fr

Resumo

New advances in wireless communications consider systems with multiple antennas at both the transmitter and receiver ends, in order to increase the data rates and the reliability. The coding problem then becomes more complex and code design criteria for such scenarios showed that the challenge was to construct fully-diverse, full-rate codes, i.e., sets of matrices such that the difference of any two distinct matrices is full rank. This requires new algebraic tools, namely division algebras. Division algebras are non-commutative algebras that naturally yield families of fully-diverse codes, thus enabling to design high rate, highly reliable Space-Time codes [1]. Space-Time Codes based on an order of a quaternion algebra such that the volume of the Dirichlet's polyhedron of the group of units is small, are better suited for decoding using the method of algebraic reduction since the approximation error is smaller [2]. The volume of this Dirichlet's polyhedron is given by the Tamagawa formula and is called the Tamagawa volume [3]. In this work we propose to construct the E_8 -lattice as a left ideal of a maximal order of some quaternion algebras with a small Tamagawa volume.

Referências

- [1] Hollanti C., Lahtonen J., Lu H.-f.(F.), *Maximal Orders in the Design of Dense Space-Time Lattice Codes*. IEEE Trans. Inform. Theory, 54 (10) (2008) 4493-4510.
- [2] Luzzi L., Othman G. R-B., Belfiore J-C., *Algebraic Reduction for the Golden Code*. Advances in Mathematics of Communications, 6 (1) (2012) 1-26.

- [3] Maclachlan C., Reid A. W., *The Arithmetic of Hyperbolic 3-Manifolds*.
Springer, 2003

Nonseparating paths in spanning trees

Cristina G. Fernandes*, César Hernández-Vélez*
Orlando Lee**, José C. de Pina*

*Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São
Paulo. São Paulo - SP, Brazil

** Instituto de Computação, Universidade Estadual de
Campinas. Campinas - SP, Brazil

Resumo

We consider questions related to the existence of spanning trees in graphs with the property that after the removal of any path in the tree the graph remains connected. We show that, for planar graphs, the existence of trees with this property is closely related to the Hamiltonicity of the graph. For graphs with a 1- or 2-vertex cut, the Hamiltonicity also plays a central role. We also deal with spanning trees satisfying this property restricted to paths arising from fundamental cycles. The cycle space of a graph can be generated by the fundamental cycles of any spanning tree, and Tutte showed, that for a 3-connected graph, it can be generated by nonseparating cycles. We are also interested in the existence of a fundamental basis consisting of nonseparating cycles.

Reticulados Hiperbólicos Completos

Cintya Wink de Oliveira Benedito¹,
Cátia Regina de Oliveira Quilles Queiroz²,
J. Carmelo Interlando³, Reginaldo Palazzo Jr.⁴

¹IMECC-UNICAMP, ²Unifal - Alfenas,
³SDSU - San Diego, ⁴FEEC-UNICAMP

Resumo

A grosso modo, um reticulado é um conjunto discreto de pontos. Usualmente, reticulados são definidos em espaços euclidianos e desta forma, um reticulado é um conjunto discreto de pontos no \mathbb{R}^n . Porém, no plano euclidiano os únicos reticulados totalmente regulares são aqueles formados somente por triângulos equiláteros, quadrados e hexágonos regulares. Já se considerarmos reticulados em espaços hiperbólicos, podemos defini-los como conjuntos discretos de pontos em modelos hiperbólicos como \mathbb{H}^2 , conhecido como semi-plano superior, ou \mathbb{D}^2 conhecido como disco de Poincaré. Para o caso do plano hiperbólico existem infinitas possibilidades de reticulados regulares os quais estão associados a tesselações regulares $\{p, q\}$.

Nosso objetivo é encontrar o grupo que age transitivamente no polígono regular hiperbólico, os grupos fuchsianos, no intuito de gerar constelações de sinais no plano hiperbólico. Neste sentido, consideramos reticulados no plano hiperbólico, o qual é definido como uma ordem de uma álgebra dos quatérnios devido a associação destas ordens com um grupo fuchsiano. Um grupo fuchsiano Γ é um grupo discreto de isometrias no plano hiperbólico. Quando um grupo fuchsiano é derivado de uma álgebra dos quatérnios $\mathcal{A} = (a, b)_{\mathbb{K}}$ cuja ordem dos quatérnios associada é $\mathcal{O} = (a, b)_R$, com $a, b \in R$ e R é um anel de um corpo de números \mathbb{K} , então dizemos que Γ é um grupo fuchsiano aritmético. Destacamos a importância de que a ordem dos quatérnios a ser associada ao grupo fuchsiano seja a maximal, pois quando isto ocorre temos um rotulamento completo dos pontos da constelação de sinais obtida.

Referências

- [1] S. Katok, *Fuchsian Groups*, The University of Chicago Press, Chicago, 1992.
- [2] J. Stillwell, *Geometry of Surfaces*, Springer-Verlag, 2000.
- [3] E.D. Carvalho, *Construção e Rotulamento de Constelações de Sinais Geometricamente Uniformes em Espaços Euclidianos e Hiperbólicos*, Tese de Doutorado, FEEC-UNICAMP, 2001.
- [4] V.L. Vieira, *Grupos Fuchsianos Aritméticos Identificados em Ordens dos Quatérnios para a Construção de Constelações de Sinais*, Tese de Doutorado, FEEC-UNICAMP, 2007.

Grafos aleatórios com grau no mínimo k

Cristiane Maria Sato*

*UFABC

Resumo

Nesta apresentação, falaremos sobre k -núcleos de grafos aleatórios. O k -núcleo de um grafo é o seu maior subgrafo em que todos os vértices são adjacentes a pelo menos k vértices. Apresentarei alguns resultados clássicos na área e um resultado sobre o efeito causado por remoção de arestas em k -núcleos.

Ferramentas algébricas para o mínimo euclidiano em corpos de números abelianos

Eduardo Rogério Fávaro*

*UFMT - Universidade Federal de Mato Grosso

Resumo

Um corpo de números é uma extensão finita dos racionais. O anel de inteiros de um corpo de número é o conjunto de todos os elementos do corpo que são raízes de um polinômio mônico com coeficientes inteiros. Por outro lado, um anel é dito ser euclidiano se é possível definir uma divisão similar a divisão euclidiana no inteiros. Nesse sentido, dizemos que um corpo de números é um corpo euclidiano se o seu anel de inteiros é um anel euclidiano. Com isso, é definido o mínimo euclidiano de um corpo de números. O mínimo euclidiano mede quanto um corpo de números está "distante" de ser um corpo euclidiano. No início do século XX, Minkowski fez um conjectura sobre reticulados. Essa conjectura pode ser traduzida para corpos de números, aonde tem-se um cota superior para o mínimo euclidiano do corpo do números em função do discriminante absoluto do corpo e da dimensão do corpo. Recentemente, foram apresentadas algumas contribuições visando a conjectura de Minkowski. Em particular, a conjectura de Minkowski é válida para corpos ciclotômicos e subcorpos maximais de corpos ciclotômicos cíclicos. Pela Teorema de Kroneker-Weber, todo corpo abeliano está contido em algum corpo ciclotômico. Para tais resultados, é necessário o conhecimento de uma \mathbb{Z} -base para o anel de inteiros do corpo e da forma traço associada. Estamos trabalhando em corpos de números contidos em corpo de ciclotômicos cíclicos.

On some identities involving k -Jacobsthal numbers

Elen Viviani Pereira Spreafico*

*Universidade Federal do Mato Grosso do Sul

Resumo

In recent article, Jhala, Sisodiya and Rathore [2] proved a number of sum identities involving a k -Jacobsthal Numbers $J(k, n)$ defined by $J(k, n + 1) = kJ(k, n) + 2J(k, n - 1)$; for $n \geq 1$, with initial condition $J(k, 0) = 0$, $J(k, 1) = 1$. For $n \geq 1$, we have that $J(1, n) = J_n$, the n th Jacobsthal number. For example, Jhala, Sisodiya and Rathore proved the following identities using Binet's formula for the general term of the k -Jacobsthal sequence, for all integers $n \geq 0$:

Theorem 1. (*Catalan's identity*)

$$J(k, n - r)J(k, n + r) - J^2(k, n) = (-1)^{n+1-r} J^2(k, r)2^{n-r}.$$

Theorem 2. (*D'ocagne's identity*) If $m > n$ then $J(k, m)J(k, n + 1) - J(k, m + 1)J(k, n) = (-2)^n J(k, m - n)$.

Many authors have employed the technique of counting via tilings in different contexts, like in [1]. Our goal in this work is to view above identities combinatorially with point view generalized, providing bijective arguments from the context of tilings as discussed in [1].

Referências

- [1] Benjamim, A. T. and Quinn, J. J. Proofs that Really Count: *The Art of Combinatorial Proof*. The Dolciani Mathematical Expositions, 27, Mathematical Association of America, Washington, DC, 2003.
- [2] Jhala D., Sisodiya, K., Rathore, G.P.S, *On Some Identities for k -Jacobsthal Numbers*, Int. Journal of Math Analysis, Vol. 7, 2013, no. 12, 551-556.

COUNTING CONTOURS IN TREES

Eric Ossami Endo*

*IME - USP

Resumo

Using generating functions we are able to calculate the exact number of contours of length n (definition proposed by Babson and Benjamini [1]) in d -regular trees.

Referências

- [1] E. Babson and I. Benjamini, *Cut sets and normed cohomology with applications to percolation*, Proc. Am. Math. Soc. 127 (1999), no. 2, 589-597.

Reticulados D_n -rotacionados para $n = \frac{p-1}{4}$ com p primo

Grasiele C. Jorge*, Antonio A. de Andrade**,
Sueli I. R. Costa***

*Instituto de Ciência e Tecnologia, UNIFESP, São José dos Campos, *grasiele.jorge@unifesp.br*

**Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas, UNESP, São José do Rio Preto, *andrade@ibilce.unesp.br*

***Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Campinas, UNICAMP, *sueli@ime.unicamp.br*

Resumo

Um *reticulado* $\Lambda \subseteq \mathbb{R}^n$ é um subgrupo aditivo discreto do \mathbb{R}^n gerado por combinações lineares inteiras de n vetores linearmente independentes $v_1, \dots, v_n \in \mathbb{R}^n$, isto é, $\Lambda = \{\sum_{i=1}^n a_i v_i : a_i \in \mathbb{Z}, \text{ para todo } i = 1, 2, \dots, n\}$. Constelações de sinais tendo estrutura de reticulado têm sido utilizadas como suporte para transmissão de sinais. Neste trabalho, utilizando teoria algébrica dos números, apresentamos um método para construir uma família de reticulados D_n -rotacionados em \mathbb{R}^n que são adequados para serem utilizados sobre os canais com desvanecimento do tipo Rayleigh. Em [4] foram construídas famílias de reticulados D_n -rotacionados para $n = \frac{p-1}{2}$, p primo, e $n = 2^{r-2}$, $r \geq 4$, através dos subcorpos maximais totalmente reais $\mathbb{Q}(\zeta_p + \zeta_p^{-1})$ e $\mathbb{Q}(\zeta_{2^r} + \zeta_{2^r}^{-1})$ dos corpos ciclotômicos. Em nossa construção utilizamos subcorpos $\mathbb{K} \subseteq \mathbb{Q}(\zeta_p + \zeta_p^{-1})$, p primo, com $[\mathbb{K} : \mathbb{Q}] = \frac{p-1}{4}$.

Referências

- [1] E. Bayer-Fluckiger. *Lattices and number fields*. Contemporary Mathematics, v. 241, p. 69-84, 1999.
- [2] E. Bayer-Fluckiger, F. Oggier, E. Viterbo. *New algebraic constructions of rotated \mathbb{Z}^n -lattice constellations for the Rayleigh fading channel*. IEEE Trans. Inform. Theory, v. 50, n. 4, p. 702-714, 2004.

- [3] J. Boutros, E. Viterbo, C. Rastello, J-C. Belfoore. *Good lattice constellations for both Rayleigh fading and Gaussian channels*. IEEE Trans. Inform. Theory, v. 42, n. 2, p. 502-517, 1996.
- [4] G.C. Jorge, A.J. Ferrari, S.I.R. Costa. *Rotated D_n -lattices*. Journal of Number Theory, v. 132, p. 2397-2406, 2012.

Hamiltonian Cycles in 4-Connected 4-Regular Claw-free Graphs

Jorge L. B. Pucohuaranga, Letícia R. Bueno, Daniel M. Martin

CMCC, Universidade Federal do ABC (UFABC), Santo
André, SP, Brazil

Resumo

Since the decision problem of the hamiltonian cycle problem is NP-Complete, one recent trend has been to search for long cycles or related structures. In this aspect, a hamiltonian prism is an interesting relaxation of a hamiltonian cycle [2]. The *prism over a graph G* is the Cartesian product $G \square K_2$ of G with the complete graph on two vertices. A prism can be seen as the graph obtained by joining the corresponding vertices of two copies of G . A graph G is *prism-hamiltonian* if its prism has a hamiltonian cycle.

Plummer [3] has conjectured that every 4-connected 4-regular claw-free graph is hamiltonian and this conjecture remains open [1]. Also, the author has shown that 4-connected 4-regular claw-free graphs fall into three classes \mathcal{G}_0 , \mathcal{G}_1 and \mathcal{G}_2 , of which only \mathcal{G}_1 is known to be hamiltonian. In our work, we prove that \mathcal{G}_0 is hamiltonian and that \mathcal{G}_2 is prism-hamiltonian, also corroborating to a conjecture that the prism over every 4-connected 4-regular graph is hamiltonian [2].

Given a graph G , let $G^1 = G \square K_2$ and $G^q = G^{q-1} \square K_2$, for $q > 1$. We show that, for every connected graph G , it holds that G^q is hamiltonian for all $q \geq \lceil \log_2 \Delta(G) \rceil$, where $\Delta(G)$ is the maximum degree of G . Also, we show that this proof is equivalent to prove that $G \square Q_n$ is prism-hamiltonian for some value of n where Q_n is the n -cube graph.

Referências

- [1] H. J. Broersma, Zdenek Ryjáček, and Petr Vrána. *How many conjectures can you stand? a survey*. Graphs and Combinatorics, 28(1):57-75, 2012.
- [2] T. Kaiser, Z. Ryjáček, D. Král, M. Rosenfeld, and H.-J. Voss. *Hamilton cycles in prisms*. Journal of Graph Theory, 56:249-269, 2007.

- [3] M. D. Plummer. *A note on Hamilton cycles in claw-free graphs*. Congressus Numerantium, 96:113-122, 1993.

Somas esparsas de matrizes positivas semidefinidas

Marcel de Carli Silva*

*IME-USP

Resumo

Métodos de esparsificação de matrizes Laplacianas têm atraído muita atenção recentemente, iniciados pelo trabalho fundamental de Dan Spielman e Sheng-Hua Teng sobre esparsificadores espectrais de grafos. Pode-se dizer que o objetivo final dessa linha de pesquisa é a obtenção de algoritmos quase lineares para a solução de sistemas de equações lineares cuja matriz é simétrica e diagonalmente dominante, através de pré-condicionadores.

Nesta apresentação, vamos ver algumas idéias centrais à esparsificação de Laplacianos, bem como uma extensão para somas de matrizes positivas semidefinidas de posto arbitrário, obtida em colaboração com Nicholas Harvey e Cristiane Sato.

The Prism over Kneser Graphs is Hamiltonian

Felipe de Campos Mesquita, Letícia Rodrigues Bueno,
Rodrigo de Alencar Hausen

CMCC, Universidade Federal do ABC (UFABC), Santo
André, SP, Brazil

Resumo

The vertices of the *Kneser graph* $K(n, k)$ are the k -subsets of $\{1, 2, \dots, n\}$ and two vertices are adjacent if the corresponding k -subsets are disjoint. For $n = 2k + 1$, the Kneser graph $K(2k + 1, k)$ is called the *odd graph* and it is denoted by O_k . The bipartite double graph of the Kneser graph $K(n, k)$ is known as the *bipartite Kneser graph* $B(n, k)$, whose vertices are the k -subsets, and $(n - k)$ -subsets of $\{1, 2, \dots, n\}$ and the edges represent the inclusion between two such subsets. The graphs $K(n, k)$ and $B(n, k)$ are vertex-transitive and, therefore, they can provide a counterexample or more evidence to a long-standing conjecture due to Lovász which claims that every connected undirected vertex-transitive graph has a hamiltonian path.

It is well-known that the decision problem related to the hamiltonian cycle/path problem is NP-Complete. Thus, one recent trend is the search for related structures. In this aspect, having a hamiltonian prism in a graph was showed to be an interesting relaxation of being hamiltonian [3]. In fact, graphs having a hamiltonian prism are “closer” to being hamiltonian than graphs having a closed spanning walk where each vertex is traversed at most two times. The *prism over a graph* G is the Cartesian product $G \square K_2$ of G with the complete graph on two vertices. Previously, it was established that the prism over $B(2k + 1, k)$ is hamiltonian [2]. Later, the counterpart of this result was proved for O_k but only for k even [1]. In our work, we show that the prism over the graphs $K(n, k)$ and $B(n, k)$ is hamiltonian for all $n > 2k$.

Referências

- [1] L. R. Bueno and P. Horák. *On hamiltonian cycles in the prism over the odd graphs*. Journal of Graph Theory, 68(3):177-188, 2011.
- [2] P. Horák, T. Kaiser, M. Rosenfeld, and Z. Ryjáček. *The prism over the middlelevels graph is hamiltonian*. Order, 22(1):73-81, 2005.
- [3] T. Kaiser, Z. Ryjáček, D. Král, M. Rosenfeld, and H.-J. Voss. *Hamilton cycles in prisms*. Journal of Graph Theory, 56:249-269, 2007.