

Integralidade Laplaciana em grafos P_4 -esparsos

Átila Arueira Jones*, Renata R. Del-Vecchio

*Universidade Federal Fluminense

Resumo

Seja $G(V, E)$ um grafo com n vértices, $D(G) = \text{diag}(d_1, \dots, d_n)$ a matriz diagonal formada pelos graus dos vértices e $A(G)$ a matriz de adjacência de G . Definimos $L(G) = D(G) - A(G)$ como a matriz Laplaciana de G . Um grafo G é dito Laplaciano integral, ou simplesmente L-integral, se todos os autovalores de G são números inteiros. A busca por grafos L-integrais tem sido feita em algumas classes especiais, como podemos ver em [1], [2] e [3], por exemplo.

É conhecido na literatura que todo cografo é L-integral [4], a saber os cografos são grafos livres de P_4 .

Hoàng, em [5], estendeu a definição dos cografos para uma família que é "quase" livre de P_4 , os P_4 -esparsos, que contém a classe dos cografos. Esta nova classe despertou grande interesse em problemas de grafos, gerando estudos em vários aspectos, como pode ser visto em [6] e [7].

Uma questão que é naturalmente imposta é se os P_4 -esparsos também são L-integrais. No presente trabalho respondemos de forma negativa a essa questão, provando que não existe nenhum P_4 -esparso, a menos dos cografos, que seja L-integral.

Referências

- [1] Freitas, M., Kirkland, S., Del-Vecchio, R. and Abreu, N., *Split non-threshold Laplacian integral graphs*. Linear and Multilinear Algebra, v. 58, (2010), p. 221-233.
- [2] Grone, R., Merris, R. and Sunder, V.S., *The Laplacian spectrum of a graph II*, SIAM J. Discrete Math. (1994) v.7, pp. 221-229.
- [3] Merris, R., *Degree maximal graphs are Laplacian integral*, Linear Algebra and its Applications, v.199, pp. 381-389, 1994.

- [4] Merris, R., *Laplacian graph eigenvectors*, Linear Algebra and its Applications, v. 278, pp. 221-236, 1998.
- [5] Hoàng, C.T., *Perfect graphs*, Ph.D. Thesis, School of Computer Science, McGill University, 1985.
- [6] Bravo, R., Klein, S., Nogueira, L. and Protti, F., *Characterization and recognition of P_4 -sparse graphs partitionable into k independent sets and l cliques*. Discrete Applied Mathematics, v. 159, p. 165-173, 2011.
- [7] Jamison B. and Olariu S., *A tree representation for P_4 -sparse graphs*. Discrete Applied Mathematics 35, p. 115-129, 1992.