I Congresso Brasileiro de
Jovens Pesquisadores em
Matemática Pura e Aplicada

Operadores Múltiplo N-Separadamente Somantes

Diana Marcela Serrano Rodríguez*

*Universidade Federal de Pernambuco

Resumo

Introduziremos a noção de *operadores múltiplo N-separadamente somantes*. Nosso resultado (Teorema 1) generaliza [3, Corollary 5.2] e recupera a melhor estimativa conhecida para as constantes da desigualdade multilinear de Bohnenblust-Hille, dada por F. Bayart, D. Pellegrino e J. Seoane-Sepúlveda em [1].

Usaremos a notação usual da teoria dos operadores múltiplo somantes (veja por exemplo [2]). $\mathcal{P}_k(m)$ será usado para denotar o conjunto de todos os subconjuntos de $\{1,\ldots,m\}$ com cardinalidade k, $k = 1,\ldots,m$.

Para $X_1,\ldots,X_m$ e um subconjunto próprio $D \subset \{1,\ldots,m\}$, seja X^D o produto cartesiano $\prod_{k\in D} X_k$. Um vetor $x_D \in X^D$ pode ser visto como um elemento $\widetilde{x_D} \in X_1 \times \cdots \times X_m$ com $\widetilde{x^i_D} = x^i_D$, se $i \in D$, e $\widetilde{x^i_D} = 0$, caso contrário.

Dado $U \in \mathcal{L}(X_1,\ldots,X_m;Y)$, definimos a aplicação

$$\begin{aligned} U^D : X^{\widehat{D}} &\to \mathcal{L}(X^D;Y) \\ x_{\widehat{D}} &\mapsto U^D_{x_{\widehat{D}}} : X^D \to Y \\ &\qquad\qquad y_D \mapsto U^D_{x_{\widehat{D}}} := U(\widetilde{x_{\widehat{D}}} + \widetilde{y_D}), \end{aligned}$$

onde $\widehat{D}$ denota o complementar de D em $\{1,\ldots,m\}$. U^D é claramente bem definida e $|\widehat{D}|$-linear. A seguinte definição é uma extensão natural de [3, Definition 2.1].

Definição 1. *Seja $1 \le r < \infty$, e D um subconjunto próprio de $\{1,\ldots,m\}$. Dizemos que $U \in \mathcal{L}(X_1,\ldots,X_m;Y)$ é múltiplo $(r,1)$-somante nas coordenadas de D (ou múltiplo $(r,1)$-somante em D) quando U^D tem sua imagem em $\prod^{|D|}_{(r,1)}(X^D;Y)$. Seja $1 \le r < \infty$. Além disso, U será dito N-separadamente $(r,1)$-somante, se U for múltiplo $(r,1)$-somante em cada subconjunto de $\{1,\ldots,m\}$ com cardinalidade N.*

Teorema 1. *Seja Y um espaço de Banach com cotipo q, $1 \leq r \leq q$, e $1 \leq n < m$. Se $U \in \mathcal{L}(X_1, \ldots, X_m; Y)$ é n-separadamente $(r,1)$-somante, então U é N-separadamente $(r_N, 1)$-somante, para todo $n < N \leq m$, com $r_N := \frac{qrN}{nq+(N-n)r}$. Além disso, se $N < m$, temos, para cada $D \in \mathcal{P}_N(m)$,*

$$\pi^N_{(r_N,1)}\left(U^D_{x_{\widehat{D}}}\right) \leq \sigma_N \left(\prod_{S \in \mathcal{P}_n(N)} \left\| \left(U^D_{x_{\widehat{D}}}\right)^S : X^{\widehat{S}} \to \prod_{(r,1)}^n (X^S; Y) \right\| \right)^{\frac{1}{\binom{N}{n}}},$$

para todo $x_{\widehat{D}} \in X^{\widehat{D}}$, onde σ_N, depende somente de N, r, q e a constante de cotipo $C_q(Y)$. Se $N = m$

$$\pi^m_{(r_m,1)}(U) \leq \sigma_m \left(\prod_{S \in \mathcal{P}_n(m)} \left\| U^S : X^{\widehat{S}} \to \prod_{(r,1)}^n (X^S; Y) \right\| \right)^{\frac{1}{\binom{m}{n}}},$$

onde σ_m, depende somente de m, r, q e a constante de cotipo $C_q(Y)$.

Referências

[1] F. Bayart, D. Pellegrino and J. B. Seoane-Sepúlveda. - *The Bohr Radius of the n-dimensional polydisk is equivalent to $\sqrt{(\log n)/n}$*, Adv. Math. 264, (2014), 726-746.

[2] G. Botelho, ; D. Pellegrino. *When every multilinear mapping is multiple summing,*. Math. Nach. 282 (2009), 1414-1422.

[3] A. Defant, D. Popa and U. Schwarting. - *Coordinatewise multiple summing operators in Banach spaces*, J. Funct. Anal. 259 (2010), 220-242.