

Ferramentas algébricas para o mínimo euclidiano em corpos de números abelianos

Eduardo Rogério Fávaro*

*UFMT - Universidade Federal de Mato Grosso

Resumo

Um corpo de números é uma extensão finita dos racionais. O anel de inteiros de um corpo de número é o conjunto de todos os elementos do corpo que são raízes de um polinômio mônico com coeficientes inteiros. Por outro lado, um anel é dito ser euclidiano se é possível definir uma divisão similar a divisão euclidiana no inteiros. Nesse sentido, dizemos que um corpo de números é um corpo euclidiano se o seu anel de inteiros é um anel euclidiano. Com isso, é definido o mínimo euclidiano de um corpo de números. O mínimo euclidiano mede quanto um corpo de números está "distante" de ser um corpo euclidiano. No início do século XX, Minkowski fez um conjectura sobre reticulados. Essa conjectura pode ser traduzida para corpos de números, aonde tem-se um cota superior para o mínimo euclidiano do corpo do números em função do discriminante absoluto do corpo e da dimensão do corpo. Recentemente, foram apresentadas algumas contribuições visando a conjectura de Minkowski. Em particular, a conjectura de Minkowski é válida para corpos ciclotômicos e subcorpos maximais de corpos ciclotômicos cíclicos. Pela Teorema de Kroneker-Weber, todo corpo abeliano está contido em algum corpo ciclotômico. Para tais resultados, é necessário o conhecimento de uma \mathbb{Z} -base para o anel de inteiros do corpo e da forma traço associada. Estamos trabalhando em corpos de números contidos em corpo de ciclotômicos cíclicos.